

# ЗНО в картинках: математика



ЗНО  
КЛУБ

$$(1) \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(2) \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(3) \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$(4) \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(5) \quad a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

---

$$(6) \quad a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(7) \quad a^4 + b^4 = (a^2 - \sqrt{2}ab + b^2)(a^2 + \sqrt{2}ab + b^2)$$

$$(8) \quad (a + b + c)^2 = [(a + b)^2 + c]^2 = \\ = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$(1) \quad e^x = 0$$

$$(2) \quad (kx+b)' = k$$

$$(3) \quad (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(4) \quad (\sqrt{x})' = 1/(2\sqrt{x})$$

$$(5) \quad (1/x)' = -1/x^2$$

$$(6) \quad (a^x)' = a^x \ln a$$

$$(7) \quad (e^x)' = e^x$$

$$(8) \quad (\log_a x)' = 1/(x \ln a)$$

$$(9) \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(10) \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(11) \quad (\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x$$

$$(12) \quad (\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x$$

$$(13) \quad (\arcsin x)' = 1/\sqrt{1-x^2}$$

$$(14) \quad (\arccos x)' = -1/\sqrt{1-x^2}$$

$$(15) \quad (\operatorname{arctg} x)' = 1/(1+x^2)$$

$$(16) \quad (\operatorname{arccotg} x)' = -1/(1+x^2)$$

---

$$(17) \quad (cu)' = cu'; \quad (18) \quad (u+v)' = u'+v'$$

$$(19) \quad (uv)' = u'v+uv'; \quad (20) \quad (u/v)' = (u'v-uv')/v^2$$

$$(21) \quad (uvw)' = u'vw+uv'w+uvw'$$

$$(22) \quad (f(g(x)))' = f'_g \cdot g'_x$$

## Правила диференціювання

1.  $(u + v - w)' = u' + v' - w'$

2.  $(uv)' = u'v + uv'$ , зокрема  $(cu)' = cu'$ ,  $c = const$

3.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

4. Якщо функція  $y = f(u)$  диференційована по  $u$ , а функція  $u = \varphi(x)$  - по  $x$ , то складна функція  $y = f(\varphi(x))$  має похідну по  $x$ , яку знаходять за правилом  $y' = f'(u) \cdot \varphi'(x)$ .

$$\underline{a, b \geq 0}$$

- (1)  $a^0 = 1$ ; (2)  $a^x a^y = a^{x+y}$   
(3)  $a^x : a^y = a^{x-y}$ ; (4)  $(ab)^x = a^x b^x$   
(5)  $(a:b)^x = a^x : b^x$ ; (6)  $(a^x)^y = a^{xy}$

$$\underline{a, b \geq 0; c \geq 0}$$

- (7)  $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$   
(8)  $(\sqrt[n]{a})^k = a^{k/n} = \sqrt[n]{a^k}$   
(9)  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$   
(10)  $\sqrt[n]{a : c} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{c}$   
(11)  $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$   
(12)  $\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$

$$(1) \quad |x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

$$(3) \quad |a| \geq 0; \quad (4) \quad |-a| = |a|$$

$$(5) \quad |a^2| = |a|^2 = a^2; \quad (6) \quad |ab| = |a| |b|$$

$$(7) \quad |a:b| = |a|:|b|, \quad b \neq 0;$$

$$(8) \quad |a+b| \leq |a|+|b|; \quad (9) \quad |a-b| \geq |a|-|b|$$

$$(10) \quad |x| = c, \quad c \geq 0 \Leftrightarrow x_1 = c, \quad x_2 = -c$$

$$(11) \quad |x| < c, \quad c > 0 \Leftrightarrow -c < x < c$$

$$(12) \quad |x| > c, \quad c > 0 \Leftrightarrow x < -c, \quad x > c$$

арифметическая

$$(1) a_{n+1} = a_n + d \quad (2) a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$(3) a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \quad (n > 1)$$

$$(4) S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{[2a_1 + (n-1)d]n}{2}$$

геометрическая ( $b_1 \neq 0, q \neq 0$ )

$$(5) b_{n+1} = b_n q \quad (6) b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$(7) b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}, \quad (n > 1)$$

$$(8) S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, \quad (q \neq 1)$$

$$(9) S_n = nb_1, \quad (q = 1)$$

$$(10) S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{b_1}{1 - q}, \quad (0 < |q| < 1)$$

| <i>уравнения</i>                                       | <i>решения</i>  |
|--|---|
| (1) $ax+b=0$   | $x = -b/a$ , если $a \neq 0$ ;<br>$x \in \mathbb{R}$ , если $a=0, b=0$ ;<br>решений нет, если<br>$a=0, b \neq 0$      |
| (2) $ x =a, a \geq 0$                                  | $x_1=a, x_2=-a$ , если $a > 0$ ;<br>$x=0$ , если $a=0$ ;  |
| (3) $ax^2+bx+c=0$ ,<br>$a \neq 0$ ,<br>$D = b^2 - 4ac$ | $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , если $D > 0$ ;<br>$x = -b/2a$ , если $D=0$ ;<br>решений нет, если<br>$D < 0$ |
| (4) $a^x = b$ ;<br>$a > 0, a \neq 1$                   | $x = \log_a b$ , если $b > 0$<br>решений нет, если<br>$b \leq 0$  |
| (5) $\log_a x = b$ ,<br>$a > 0, a \neq 1, x > 0$       | $x = a^b$   |
| (6) $\sin x = a,  a  \leq 1$                           | $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$ ,<br>$n \in \mathbb{Z}$  |
| (7) $\cos x = a,  a  \leq 1$                           | $x = \pm \arccos a + 2\pi n$ ,<br>$n \in \mathbb{Z}$  |
| (8) $\operatorname{tg} x = a$                          | $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$  |



$(a, b > 0; a, b \neq 1; x, y > 0)$

$$(1) \quad a^{\log_a x} = x$$

$$(2) \quad \log_a a = 1$$

$$(3) \quad \log_a 1 = 0$$

$$(4) \quad \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$(5) \quad \log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$$

$$(6) \quad \log_a (x^p) = p \log_a x$$

$$(7) \quad \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$(8) \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

1.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1; \quad \int 0 dx = C; \quad \int dx = x + C;$
2.  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C;$
3.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg}x + C = -\operatorname{arcctg}x + C_1; \quad (a \neq 0);$
4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C_1; \quad (a > 0);$
5.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1);$
6.  $\int e^x dx = e^x + C;$
7.  $\int \sin x dx = -\cos x + C;$
8.  $\int \cos x dx = \sin x + C;$
9.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}x + C;$
10.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg}x + C;$
11.  $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C, \quad (a \neq 0);$
12.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + k} \right| + C;$
13.  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arcctg} \frac{x}{a} + C_1, \quad (a \neq 0);$
14.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\arccos \frac{x}{a} + C_1, \quad (a > 0).$
15.  $\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C;$
16.  $\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C;$
17.  $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C;$
18.  $\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C;$

# ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

## Свойства функций

$$\begin{aligned} \sin(-d) &= -\sin d & \sin(2\pi n + d) &= \sin d, T_0 = 2\pi \\ \cos(-d) &= \cos d & \cos(2\pi n + d) &= \cos d, T_0 = 2\pi \\ \operatorname{tg}(-d) &= -\operatorname{tg} d & \operatorname{tg}(\pi n + d) &= \operatorname{tg} d, T_0 = \pi \\ \operatorname{ctg}(-d) &= -\operatorname{ctg} d & \operatorname{ctg}(\pi n + d) &= \operatorname{ctg} d, T_0 = \pi \end{aligned}$$

## Основные тождества

$$\begin{aligned} \sin^2 d + \cos^2 d &= 1 & \operatorname{tg} d \cdot \operatorname{ctg} d &= 1 \\ \operatorname{tg} d &= \frac{\sin d}{\cos d} = \frac{1}{\operatorname{ctg} d} & \operatorname{ctg} d &= \frac{\cos d}{\sin d} = \frac{1}{\operatorname{tg} d} \\ 1 + \operatorname{tg}^2 d &= \frac{1}{\cos^2 d} = \operatorname{sec}^2 d & \operatorname{sec} d &= \frac{1}{\cos d} \\ 1 + \operatorname{ctg}^2 d &= \frac{1}{\sin^2 d} = \operatorname{cosec}^2 d & \operatorname{cosec} d &= \frac{1}{\sin d} \end{aligned}$$

## Сумма углов

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \\ \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta} \end{aligned}$$

## ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ $0 < d < \frac{\pi}{2}$

| X                      | $\pi+d$                | $\pi-d$                 | $2\pi+d$               | $2\pi-d$                | $\frac{\pi}{2}+d$       | $\frac{\pi}{2}-d$      | $\frac{3\pi}{2}+d$      | $\frac{3\pi}{2}-d$     |
|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
| $\sin x$               | $-\sin d$              | $\sin d$                | $\sin d$               | $-\sin d$               | $\cos d$                | $\cos d$               | $-\cos d$               | $-\cos d$              |
| $\cos x$               | $-\cos d$              | $-\cos d$               | $\cos d$               | $\cos d$                | $-\sin d$               | $\sin d$               | $\sin d$                | $-\sin d$              |
| $\operatorname{tg} x$  | $\operatorname{tg} d$  | $-\operatorname{tg} d$  | $\operatorname{tg} d$  | $-\operatorname{tg} d$  | $-\operatorname{ctg} d$ | $\operatorname{ctg} d$ | $-\operatorname{ctg} d$ | $\operatorname{ctg} d$ |
| $\operatorname{ctg} x$ | $\operatorname{ctg} d$ | $-\operatorname{ctg} d$ | $\operatorname{ctg} d$ | $-\operatorname{ctg} d$ | $-\operatorname{tg} d$  | $\operatorname{tg} d$  | $-\operatorname{tg} d$  | $\operatorname{tg} d$  |
| f(x)                   | сохраняется            |                         |                        |                         | меняется                |                        |                         |                        |

$$\begin{aligned} \sin d &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 d} & \cos d &= \pm \sqrt{1 - \sin^2 d} \\ \sin d &= \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 d}} & \cos d &= \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 d}} \\ \sin d &= \frac{\operatorname{tg} d}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 d}} & \cos d &= \frac{\operatorname{ctg} d}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 d}} \end{aligned}$$

## Сумма функций

$$\begin{aligned} \sin d + \sin \beta &= 2 \sin \frac{d+\beta}{2} \cos \frac{d-\beta}{2} \\ \cos d + \cos \beta &= 2 \cos \frac{d+\beta}{2} \cos \frac{d-\beta}{2} \\ \cos d - \cos \beta &= 2 \sin \frac{d+\beta}{2} \sin \frac{\beta-d}{2} \\ \operatorname{tg} d \pm \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(d \pm \beta)}{\cos d \cos \beta} \\ \operatorname{ctg} d \pm \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\sin(\beta \pm d)}{\sin d \sin \beta} \\ \operatorname{tg} d + \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\cos(d-\beta)}{\cos d \sin \beta} \\ \operatorname{ctg} d - \operatorname{tg} \beta &= \frac{\cos(d+\beta)}{\sin d \cos \beta} \end{aligned}$$

$f(d) \rightarrow$  через  $\operatorname{tg} \frac{d}{2}$  или  $\operatorname{tg} d$

$$\begin{aligned} \sin d &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{d}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{d}{2}} & \cos d &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{d}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{d}{2}} \\ \sin 2d &= \frac{2 \operatorname{tg} d}{1 + \operatorname{tg}^2 d} & \cos 2d &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 d}{1 + \operatorname{tg}^2 d} \\ \operatorname{tg} d &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{d}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{d}{2}} & \operatorname{ctg} d &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{d}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{d}{2}} \\ \operatorname{tg} 2d &= \frac{2 \operatorname{tg} d}{1 - \operatorname{tg}^2 d} & \operatorname{ctg} 2d &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 d}{2 \operatorname{tg} d} \end{aligned}$$

$2d \rightarrow d$

$$\begin{aligned} \sin 2d &= 2 \sin d \cos d \\ \cos 2d &= \cos^2 d - \sin^2 d \\ \cos 2d &= 1 - 2 \sin^2 d = 2 \cos^2 d - 1 \\ \operatorname{tg} 2d &= \frac{2}{\operatorname{ctg} d - \operatorname{tg} d} \\ \operatorname{ctg} 2d &= \frac{\operatorname{ctg}^2 d - 1}{2 \operatorname{ctg} d} = \frac{\operatorname{ctg} d - \operatorname{tg} d}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos d \pm \sin d &= \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} \pm d\right) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} \mp d\right) \\ A \sin d + B \cos d &= R \sin(d + \varphi), \\ \text{где } R &= \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \cos \varphi = \frac{A}{R}, \quad \sin \varphi = \frac{B}{R} \end{aligned}$$

## $\frac{d}{2} \rightarrow d$

$$\begin{aligned} \sin \frac{d}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos d}{2}} & \cos \frac{d}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos d}{2}} \\ \operatorname{tg} \frac{d}{2} &= \frac{\sin d}{1 + \cos d} = \frac{1 - \cos d}{\sin d} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos d}{1 + \cos d}} \\ \operatorname{ctg} \frac{d}{2} &= \frac{\sin d}{1 - \cos d} = \frac{1 + \cos d}{\sin d} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos d}{1 - \cos d}} \end{aligned}$$

## $3d \rightarrow d$

$$\begin{aligned} \sin 3d &= 3 \sin d - 4 \sin^3 d \\ \cos 3d &= 4 \cos^3 d - 3 \cos d \\ \operatorname{tg} 3d &= \frac{3 \operatorname{tg} d - \operatorname{tg}^3 d}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 d} \\ \operatorname{ctg} 3d &= \frac{\operatorname{ctg}^3 d - 3 \operatorname{ctg} d}{3 \operatorname{ctg}^2 d - 1} \end{aligned}$$

## Произведение функций

$$\begin{aligned} \sin d \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos(d-\beta) - \cos(d+\beta)] \\ \cos d \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(d-\beta) + \cos(d+\beta)] \\ \sin d \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin(d-\beta) + \sin(d+\beta)] \\ \cos d \sin \beta &= \frac{1}{2} [\sin(d+\beta) - \sin(d-\beta)] \\ \operatorname{tg} d \operatorname{tg} \beta &= \frac{\operatorname{tg} d + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} d + \operatorname{ctg} \beta} \\ \operatorname{ctg} d \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\operatorname{ctg} d + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{tg} d + \operatorname{tg} \beta} \\ \sin(d+\beta) \cdot \sin(d-\beta) &= \cos^2 \beta - \cos^2 d \\ \cos(d+\beta) \cdot \cos(d-\beta) &= \cos^2 \beta - \sin^2 d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \cos d &= 2 \sin^2 \frac{d}{2} \\ 1 + \cos d &= 2 \cos^2 \frac{d}{2} \\ 1 - \sin d &= 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{d}{2}\right) \\ 1 + \sin d &= 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{d}{2}\right) \end{aligned}$$

## Степень

$$\begin{aligned} \sin^2 d &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2d) & \cos^2 d &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2d) \\ \sin^3 d &= \frac{1}{4} (3 \sin d - \sin 3d) & \cos^3 d &= \frac{1}{4} (3 \cos d + \cos 3d) \\ \sin^4 d &= \frac{1}{8} (\cos 4d - 4 \cos 2d + 3) & \cos^4 d &= \frac{1}{8} (\cos 4d + 4 \cos 2d + 3) \end{aligned}$$

## Общий вид уравнений

$$\begin{aligned} \sin x = a & \quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x = a & \quad x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{tg} x = a & \quad x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{ctg} x = a & \quad x = \operatorname{arcc} \operatorname{ctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

| a  | 0               | $\frac{1}{2}$   | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | помни:<br>знаменатель $\neq 0$                                    |
|--|-----------------|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------|----------------------|----------------------|---|
| $\arcsin a$                                | 0               | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ |                      |                      | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$                         |
| $\arccos a$                                | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{6}$      | 0               |                      |                      | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$                         |
| $\operatorname{arctg} a$                   | 0               |                 |                      |                      | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\sin x = \operatorname{tg} x = x$ ,<br>если Храд $\rightarrow 0$ |
| $\operatorname{arcc} \operatorname{ctg} a$ | $\frac{\pi}{2}$ |                 |                      |                      | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{6}$      |   |

## Производные

$$\begin{aligned} \sin' x &= \cos x & \cos' x &= -\sin x \\ \operatorname{tg}' x &= \frac{1}{\cos^2 x} & \operatorname{ctg}' x &= -\frac{1}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

## Особый случай

$$\begin{aligned} \sin x = 1 & \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin x = -1 & \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin x = 0 & \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x = 1 & \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x = -1 & \quad x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x = 0 & \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{tg} x = 0 & \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{ctg} x = 0 & \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Б  
Г  
Л  
У  
Ф  
В  
Ф  
Ф  
О

## СВОЙСТВА

$$\begin{aligned} \arcsin(-a) &= -\arcsin a & \arccos(-a) &= \pi - \arccos a \\ \operatorname{arctg}(-a) &= -\operatorname{arctg} a & \operatorname{arcc} \operatorname{ctg}(-a) &= \pi - \operatorname{arcc} \operatorname{ctg} a \\ \sin x &= \frac{1}{2}, \quad x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x &= \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{tg} x &= \sqrt{3}, \quad x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin x &= -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = (-1)^n \arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \pi n = (-1)^n (-\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}) + \pi n = (-1)^n (-\frac{\pi}{3}) + \pi n = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x &= -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x = \pm \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi n = \pm (\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi n = \pm (\pi - \frac{\pi}{4}) + 2\pi n = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

## Первообразные

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x & \quad F(x) = -\cos x + c \\ f(x) = \cos x & \quad F(x) = \sin x + c \\ f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} & \quad F(x) = \operatorname{tg} x + c \\ f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} & \quad F(x) = -\operatorname{ctg} x + c \\ f(x) = \operatorname{tg} x & \quad F(x) = -\ln|\cos x| + c \\ f(x) = \operatorname{ctg} x & \quad F(x) = \ln|\sin x| + c \end{aligned}$$

$$(-1)^n \cdot (-1) = (-1)^{n+1}$$

# МАТЕМАТИКА

## ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

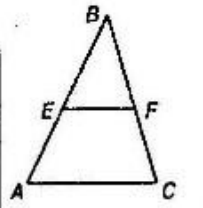
### ТРЕУГОЛЬНИК

**Сумма внутренних углов:**  
 $\alpha + \beta + \gamma = \pi = 180^\circ$

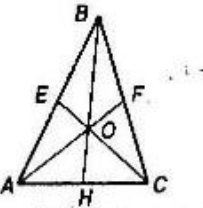
**Теорема косинусов:**  
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$   
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$   
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

**Величина внешнего угла:**  
 $\alpha_1 = \beta + \gamma, \beta_1 = \alpha + \gamma, \gamma_1 = \alpha + \beta$

**Теорема синусов:**  
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$   
 (R - радиус описанной окружности).

**Свойства средней линии:**  
 $[EF] \parallel [AC], EF = \frac{1}{2} AC$



**Свойства медиан:**  
 $OF = \frac{1}{3} AF, OE = \frac{1}{3} CE$   
 $OH = \frac{1}{3} BH$

**Свойства биссектрис:**  
 $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$

**Свойства высот:**  
 $h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$

**Длина медианы, высоты и биссектрисы:**  
 проведенных из вершины B:

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$h_b = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{b}, l_b = \frac{2\sqrt{acp(p-b)}}{a+c}$$

**Площадь:**  $S = \frac{1}{2} ah_a, S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  (формула Герона),  
**Периметр:**  $2p = a + b + c$  (p - полупериметр)  
 $S = \frac{abc}{4R}, S = pr, r$  - радиус вписанной окружности

### ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

**Теорема Пифагора:**  
 $a^2 + b^2 = c^2$   
 (a, b - длины катетов, c - длина гипотенузы).  
 $a = c \sin \alpha = c \cos \beta = b \operatorname{tg} \alpha = b \operatorname{ctg} \beta$

$m_c = \frac{c}{2}, R = \frac{c}{2}, r = \frac{a+b+c}{2}, S = \frac{ab}{2} = \frac{ch_c}{2}$



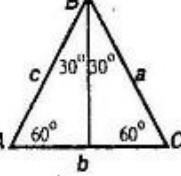
### РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

$m_b = h_b = l_b = \sqrt{a^2 - b^2/4}$   
 $\alpha = \frac{\pi - \beta}{2}, S = \frac{bh_b}{2} = \frac{a^2 \sin \beta}{2}$



### РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

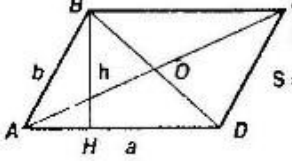
$M = H = L = a\sqrt{3}/2$   
 $R = a\sqrt{3}/3, r = a\sqrt{3}/6, R = a\sqrt{3}/3$   
 $S = a^2\sqrt{3}/4$



### ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

**Свойства сторон и углов:**  $\angle BAD + \angle ADC = \pi$ ,  
 $AB \parallel CD, AB = CD, AD \parallel BC, AD = BC, \angle BAD = \angle BCD$ ,  
 $\angle ABC = \angle ADC$ , **Свойства диагоналей:**  $AO = OC$ ,  
 $BO = OD, AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$ .

**Площадь:**  
 $S = ah, S = ab \sin \alpha$ ,  
 $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \angle AOB$



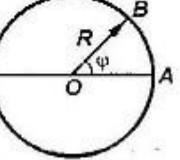
### ТРАПЕЦИЯ

**Свойства сторон:**  $AD \parallel BC$ ,  
**Средняя линия:**  $EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$ .  
**Площадь:**  $S = (a+b)h/2, S = EF \cdot h$ .



### ОКРУЖНОСТЬ, КРУГ

**Длина окружности,  $l = 2\pi R$ ;**  
**Площадь,  $S = \pi R^2$ ;**  
**Длина дуги  $l_{AB} = 2\pi R \cdot \varphi / 360$ ,**  
**Площадь,  $S_{OAB} = \pi R^2 \cdot \varphi / 360$ .**



### ПРИЗМА

**Призма** - многогранник, две грани которого параллельны, а остальные пересекаются по параллельным прямым. || грани - основания призмы, остальные грани - боковые. Боковые грани - параллелограммы.

**Параллелепипед** - призма, основаниями которой являются параллелограммы.

**Площадь поверхности:**  
 $S = 2S_{осн} + S_{бок}$ ,  
 где  $S_{осн}$  - площадь основания призмы;  
 $S_{бок}$  - площадь боковой поверхности призмы;  
 $S_{бок} = P \cdot l$ ;  
 P - периметр перпендикулярного сечения;  
 l - длина бокового ребра.

**Объем:**  $V = QH, V = Q_1 l$ , где  
 Q - площадь основания; H - высота призмы.  
 Q - площадь перпендикулярного сечения

### ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

**Свойства диагоналей:**  
 $AC_1 = BD_1 = CA_1 = DB_1 = d$ ,  
 $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ .

**Диагонали параллелепипеда** пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.  
 $S_{бок} = 2(ab + bc + ac)$   
**Объем:**  $V = abc$   
 Для куба:  $a = b = c$ ,  
 $d = a\sqrt{3}, S = 6a^2, V = a^3$



### ПИРАМИДА

**Площадь поверхности:**  
 $S_{пир} = S_{бок} + S_{осн}$ , где  
 $S_{бок}$  - пл. бок. поверхн.;  
 $S_{осн}$  - пл. основания.

**Объем:**  $V = \frac{1}{3} QH$ , где  
 Q - пл. основания;  
 H - высота пирамиды.

**Правильная пирамида**  $S_{бок} = \frac{1}{2} Ph_{бок}$ , где  
 P - периметр основания; h - высота боковой грани  
 $Q = S_{бок} \cos \alpha$ , где  $\alpha$  - угол между боковой гранью и плоскостью основания.

**Усеченная пирамида**  
**Объем:**  $V = \frac{h}{3} (Q_1 + \sqrt{Q_1 Q_2} + Q_2)$ , где  
 h - высота;  $Q_1, Q_2$  - площади оснований.  
 Для правильной усеченной пирамиды  
 $S_{бок} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) h_{бок}$ , где  $p_1, p_2$  - периметры оснований,  $h_{бок}$  - высота боковой грани.

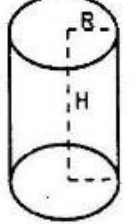


### ЦИЛИНДР

**Площадь боковой поверхности:**  
 $S_{бок} = 2\pi RH$

**Площадь полной поверхности:**  
 $S_{цил} = 2\pi RH + 2\pi R^2$ ;

**Объем:**  
 $V = \pi R^2 H$ ;



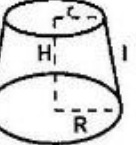
### КОНУС

**Площадь боковой поверхности:**  
 $S_{бок} = \pi Rl$

**Площадь полной поверхности:**  
 $S_{кон} = \pi Rl + \pi R^2$

**Объем:**  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

**Усеченный конус**  
 $S_{бок} = \pi(R+r)l$ ,  
 $S_{кон} = \pi R^2 + \pi r^2 + \pi(R+r)l$   
 $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$ .

### ШАР

**Шаровая поверхность или сфера** - геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки - центра сферы

**Шар** - тело, ограниченное сферой.

**Площадь поверхности:**  
 $S = 4\pi R^2$

**Объем:**  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

**Площадь сферического сегмента:**  
 $S = 2\pi RH$ , где H - высота сегмента.

**Объем шарового сегмента:**  $V = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H)$

**Объем шарового сектора:**  $V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$

Сечение сферы любой плоскостью - окружность.  
 Сечение шара любой плоскостью - круг.  
 Большой круг шара - круг проходящий через центр.  
 Малый круг шара - круг, образованный сечением шара плоскостью, не проходящей через центр.



$1 \times 1 = 1$   
 $1 \times 2 = 2$   
 $1 \times 3 = 3$   
 $1 \times 4 = 4$   
 $1 \times 5 = 5$   
 $1 \times 6 = 6$   
 $1 \times 7 = 7$   
 $1 \times 8 = 8$   
 $1 \times 9 = 9$   
 $1 \times 10 = 10$

$2 \times 1 = 2$   
 $2 \times 2 = 4$   
 $2 \times 3 = 6$   
 $2 \times 4 = 8$   
 $2 \times 5 = 10$   
 $2 \times 6 = 12$   
 $2 \times 7 = 14$   
 $2 \times 8 = 16$   
 $2 \times 9 = 18$   
 $2 \times 10 = 20$

$3 \times 1 = 3$   
 $3 \times 2 = 6$   
 $3 \times 3 = 9$   
 $3 \times 4 = 12$   
 $3 \times 5 = 15$   
 $3 \times 6 = 18$   
 $3 \times 7 = 21$   
 $3 \times 8 = 24$   
 $3 \times 9 = 27$   
 $3 \times 10 = 30$

$4 \times 1 = 4$   
 $4 \times 2 = 8$   
 $4 \times 3 = 12$   
 $4 \times 4 = 16$   
 $4 \times 5 = 20$   
 $4 \times 6 = 24$   
 $4 \times 7 = 28$   
 $4 \times 8 = 32$   
 $4 \times 9 = 36$   
 $4 \times 10 = 40$

$5 \times 1 = 5$   
 $5 \times 2 = 10$   
 $5 \times 3 = 15$   
 $5 \times 4 = 20$   
 $5 \times 5 = 25$   
 $5 \times 6 = 30$   
 $5 \times 7 = 35$   
 $5 \times 8 = 40$   
 $5 \times 9 = 45$   
 $5 \times 10 = 50$

$6 \times 1 = 6$   
 $6 \times 2 = 12$   
 $6 \times 3 = 18$   
 $6 \times 4 = 24$   
 $6 \times 5 = 30$   
 $6 \times 6 = 36$   
 $6 \times 7 = 42$   
 $6 \times 8 = 48$   
 $6 \times 9 = 54$   
 $6 \times 10 = 60$

$7 \times 1 = 7$   
 $7 \times 2 = 14$   
 $7 \times 3 = 21$   
 $7 \times 4 = 28$   
 $7 \times 5 = 35$   
 $7 \times 6 = 42$   
 $7 \times 7 = 49$   
 $7 \times 8 = 56$   
 $7 \times 9 = 63$   
 $7 \times 10 = 70$

$8 \times 1 = 8$   
 $8 \times 2 = 16$   
 $8 \times 3 = 24$   
 $8 \times 4 = 32$   
 $8 \times 5 = 40$   
 $8 \times 6 = 48$   
 $8 \times 7 = 56$   
 $8 \times 8 = 64$   
 $8 \times 9 = 72$   
 $8 \times 10 = 80$

$9 \times 1 = 9$   
 $9 \times 2 = 18$   
 $9 \times 3 = 27$   
 $9 \times 4 = 36$   
 $9 \times 5 = 45$   
 $9 \times 6 = 54$   
 $9 \times 7 = 63$   
 $9 \times 8 = 72$   
 $9 \times 9 = 81$   
 $9 \times 10 = 90$

$10 \times 1 = 10$   
 $10 \times 2 = 20$   
 $10 \times 3 = 30$   
 $10 \times 4 = 40$   
 $10 \times 5 = 50$   
 $10 \times 6 = 60$   
 $10 \times 7 = 70$   
 $10 \times 8 = 80$   
 $10 \times 9 = 90$   
 $10 \times 10 = 100$

$1^3 = 1$   
 $2^3 = 8$   
 $3^3 = 27$   
 $4^3 = 64$   
 $5^3 = 125$   
 $6^3 = 216$   
 $7^3 = 343$   
 $8^3 = 512$   
 $9^3 = 729$   
 $10^3 = 1000$

$11^3 = 1331$   
 $12^3 = 1728$   
 $13^3 = 2197$   
 $14^3 = 2744$   
 $15^3 = 3375$   
 $16^3 = 4096$   
 $17^3 = 4913$   
 $18^3 = 5832$   
 $19^3 = 6859$   
 $20^3 = 8000$

$21^3 = 9261$   
 $22^3 = 10648$   
 $23^3 = 12167$   
 $24^3 = 13824$   
 $25^3 = 15625$   
 $26^3 = 17576$   
 $27^3 = 19683$   
 $28^3 = 21952$   
 $29^3 = 24389$   
 $30^3 = 27000$

$31^3 = 29791$   
 $32^3 = 32768$   
 $33^3 = 35937$   
 $34^3 = 39304$   
 $35^3 = 42875$   
 $36^3 = 46656$   
 $37^3 = 50653$   
 $38^3 = 54872$   
 $39^3 = 59319$   
 $40^3 = 64000$

$41^3 = 68921$   
 $42^3 = 74088$   
 $43^3 = 79507$   
 $44^3 = 85184$   
 $45^3 = 91125$   
 $46^3 = 97336$   
 $47^3 = 103823$   
 $48^3 = 110592$   
 $49^3 = 117649$   
 $50^3 = 125000$

$51^3 = 132651$   
 $52^3 = 140608$   
 $53^3 = 148877$   
 $54^3 = 157464$   
 $55^3 = 166375$   
 $56^3 = 175616$   
 $57^3 = 185193$   
 $58^3 = 195112$   
 $59^3 = 205379$   
 $60^3 = 216000$

$61^3 = 226981$   
 $62^3 = 238328$   
 $63^3 = 250047$   
 $64^3 = 262144$   
 $65^3 = 274625$   
 $66^3 = 287496$   
 $67^3 = 300763$   
 $68^3 = 314432$   
 $69^3 = 328509$   
 $70^3 = 343000$

$71^3 = 357911$   
 $72^3 = 373248$   
 $73^3 = 389017$   
 $74^3 = 405224$   
 $75^3 = 421875$   
 $76^3 = 438976$   
 $77^3 = 456533$   
 $78^3 = 474552$   
 $79^3 = 493039$   
 $80^3 = 512000$

$81^3 = 531441$   
 $82^3 = 551368$   
 $83^3 = 571787$   
 $84^3 = 592704$   
 $85^3 = 614125$   
 $86^3 = 636056$   
 $87^3 = 658503$   
 $88^3 = 681472$   
 $89^3 = 704969$   
 $90^3 = 729000$

$91^3 = 753571$   
 $92^3 = 778688$   
 $93^3 = 804357$   
 $94^3 = 830584$   
 $95^3 = 857375$   
 $96^3 = 884736$   
 $97^3 = 912673$   
 $98^3 = 941192$   
 $99^3 = 970299$   
 $100^3 = 1000000$

$1^2 = 1$

$2^2 = 4$

$3^2 = 9$

$4^2 = 16$

$5^2 = 25$

$6^2 = 36$

$7^2 = 49$

$8^2 = 64$

$9^2 = 81$

$10^2 = 100$

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$13^2 = 169$

$14^2 = 196$

$15^2 = 225$

$16^2 = 256$

$17^2 = 289$

$18^2 = 324$

$19^2 = 361$

$20^2 = 400$

$21^2 = 441$

$22^2 = 484$

$23^2 = 529$

$24^2 = 576$

$25^2 = 625$

$26^2 = 676$

$27^2 = 729$

$28^2 = 784$

$29^2 = 841$

$30^2 = 900$

$31^2 = 961$

$32^2 = 1024$

$33^2 = 1089$

$34^2 = 1156$

$35^2 = 1225$

$36^2 = 1296$

$37^2 = 1369$

$38^2 = 1444$

$39^2 = 1521$

$40^2 = 1600$

$41^2 = 1681$

$42^2 = 1764$

$43^2 = 1849$

$44^2 = 1936$

$45^2 = 2025$

$46^2 = 2116$

$47^2 = 2209$

$48^2 = 2304$

$49^2 = 2401$

$50^2 = 2500$

$51^2 = 2601$

$52^2 = 2704$

$53^2 = 2809$

$54^2 = 2916$

$55^2 = 3025$

$56^2 = 3136$

$57^2 = 3249$

$58^2 = 3364$

$59^2 = 3481$

$60^2 = 3600$

$61^2 = 3721$

$62^2 = 3844$

$63^2 = 3969$

$64^2 = 4096$

$65^2 = 4225$

$66^2 = 4356$

$67^2 = 4489$

$68^2 = 4624$

$69^2 = 4761$

$70^2 = 4900$

$71^2 = 5041$

$72^2 = 5184$

$73^2 = 5329$

$74^2 = 5476$

$75^2 = 5625$

$76^2 = 5776$

$77^2 = 5929$

$78^2 = 6084$

$79^2 = 6241$

$80^2 = 6400$

$81^2 = 6561$

$82^2 = 6724$

$83^2 = 6889$

$84^2 = 7056$

$85^2 = 7225$

$86^2 = 7396$

$87^2 = 7569$

$88^2 = 7744$

$89^2 = 7921$

$90^2 = 8100$

$91^2 = 8281$

$92^2 = 8464$

$93^2 = 8649$

$94^2 = 8836$

$95^2 = 9025$

$96^2 = 9216$

$97^2 = 9409$

$98^2 = 9604$

$99^2 = 9801$

$100^2 = 10000$

# Таблиця факторіалів

Формула

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

$$6! = 720$$

$$7! = 5040$$

$$8! = 40320$$

$$9! = 362880$$

$$10! = 3628800$$

$$11! = 39916800$$

$$12! = 479001600$$

$$13! = 6227020800$$

$$14! = 87178291200$$

$$15! = 1307674368000$$

$$16! = 20922789888000$$